

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΤΡΙΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μίας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ . Για τη σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  να αποδείξετε ότι:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$$

**Μονάδες 6**

**A2.** Να διατυπώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

**Μονάδες 4**

**A3.** Έστω μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  και  $B$  το σύνολο των  $x \in A$ , στα οποία η  $f$  είναι παραγωγίσιμη. Πώς ορίζεται η συνάρτηση της πρώτης παραγώγου της  $f$ ;

**Μονάδες 5**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Το εύρος θεωρείται αξιόπιστο μέτρο διασποράς.

**β.** Αν για μία συνάρτηση  $f$  ισχύουν  $f'(x_0) = 0$  για  $x_0 \in (\alpha, \beta)$ ,  $f'(x) > 0$  στο  $(\alpha, x_0)$  και  $f'(x) < 0$  στο  $(x_0, \beta)$ , τότε η  $f$  παρουσιάζει στο διάστημα  $(\alpha, \beta)$  μέγιστο στη θέση  $x = x_0$ .

**γ.** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

**δ.** Αν  $g(x) \neq 0$  τότε  $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$

- ε. Σε ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος  $n$  του δείγματος.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, \quad \text{όπου } x \in \mathbb{R}$$

- B1.** Να βρείτε την παράγωγο  $f'(x)$ .

**Μονάδες 4**

- B2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία (μον. 6) και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων (μον. 4).

**Μονάδες 10**

- B3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(0, f(0))$ .

**Μονάδες 6**

- B4.** Να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x + 1}$$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Ο αριθμός των βιβλίων που διάβασαν επτά μαθητές στις θερινές διακοπές είναι αντίστοιχα:

$$4, 5, 4, \kappa, 0, 3, 7 \quad \text{όπου } \kappa \text{ φυσικός αριθμός.}$$

- Γ1.** Αν ο μέσος αριθμός βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές είναι  $\bar{x} = 4$ , να βρείτε τον  $\kappa$ .

**Μονάδες 5**

Για  $\kappa = 5$ :

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη διάμεσο του δείγματος.

**Μονάδες 4**

**Γ3.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$  του δείγματος.

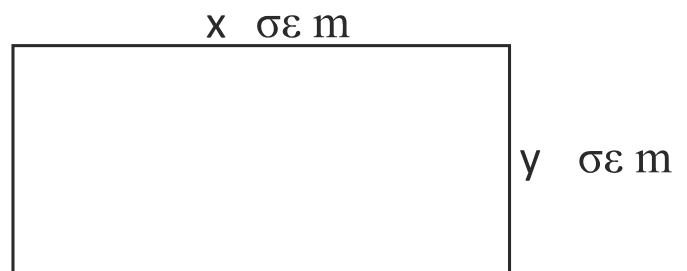
**Μονάδες 10**

**Γ4.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ**

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου, εμβαδού  $100 \text{ m}^2$ .



**Δ1.** Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του οικοπέδου, ως συνάρτηση του  $x$ , δίνεται από τον τύπο

$$\Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0$$

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να εξετάσετε τη μονοτονία της συνάρτησης  $\Pi(x)$  (μον. 5) και να αποδείξετε ότι το ορθογώνιο με τη μικρότερη περίμετρο είναι τετράγωνο (μον. 3).

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Αν  $x_1, x_2$  είναι τιμές της πλευράς του παραπάνω ορθογωνίου με  $x_1, x_2 \in (0,10)$  και  $x_1 < x_2$ , να βρείτε το πρόσημο της παράστασης

$$A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2}$$

και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10}$$

**Μονάδες 6**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**